# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 13 AOUT 1917.

PRÉSIDENCE DE M. PAUL APPELL.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur la réduction* (mod 2) *des formes quadratiques binaires*. Note de M. G. **HUMBERT**.

1. *Objet de la Note*. — Stephen Smith a établi (¹) une théorie de la réduction, autre que celles de Gauss et d'Hermite, en restreignant d'abord la notion d'équivalence et en considérant l'équivalence par rapport à un sous-groupe du groupe modulaire classique.

On peut arriver à des résultats analogues, mais beaucoup plus simples, en choisissant un autre sous-groupe : cette considération de simplicité, toutefois, ne justifierait pas l'introduction de nouveaux types de réduites, après tous ceux qui ont déjà été proposés, si les réduites en question ne se présentaient pas, naturellement et comme d'elles-mêmes, dans des recherches différentes : je veux parler de ces applications des fonctions elliptiques à la Théorie des nombres, dont Hermite a donné le premier exemple dans sa *Lettre à Liouville*.

J'ai déjà indiqué ce lien (²), mais seulement dans un cas particulier; mon but est, aujourd'hui, d'exposer d'une manière complète ce que j'appellerai la *réduction* (mod 2), parce que l'on y voit apparaître, comme dans le travail de Smith d'ailleurs, mais d'une autre façon, certaines conditions de parité ou d'imparité.

Les exemples d'applications se rattachant aux fonctions elliptiques seront réservés pour une Note ultérieure.

---

(¹) *Mémoire sur les équations modulaires* (*R. Acad. dei Lincei*, 1877, et *Œuvres*, t. II, p. 224).

(²) *Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 1358.

2. *Domaine fondamental et groupe.* — Soit, dans le demi-plan analytique, $\mathfrak{D}_0$ le domaine limité (au-dessus de $Ox$) par la demi-circonférence de centre (o, o) et de rayon 1, et les deux droites $x = \pm 1$, qui lui sont tangentes. C'est le domaine fondamental du groupe $\Gamma$ formé par les substitutions modulaires

$$z' = \frac{\lambda z + \nu}{\mu z + \rho}, \qquad (\lambda\rho - \mu\nu = 1), \tag{1}$$

où $\lambda, \ldots, \rho$ sont des entiers réels, tels que $\lambda + \rho$ et $\mu + \nu$ soient pairs (1). J'ai montré (2) le rôle de $\mathfrak{D}_0$ et de $\Gamma$ dans le développement d'une irrationnelle en fraction continue de Smith; à $\mathfrak{D}_0$ et $\Gamma$ correspond une *division du demi-plan* en une infinité de triangles, ou domaines, curvilignes, dont chacun, comme $\mathfrak{D}_0$ lui-même, équivaut à *trois* domaines du groupe modulaire ordinaire : $\Gamma$ est, en effet, un sous-groupe *d'indice trois* du groupe modulaire, mais un sous-groupe *non invariant*.

Il suffit maintenant d'appliquer à $\mathfrak{D}_0$ et à $\Gamma$ des raisonnements faciles pour arriver aux résultats que nous avons en vue.

3. *Formes définies (positives).* — I. *Ordre propre.* — Une forme quadratique binaire $(a, b, c)$, primitive ou non, mais de l'ordre propre ($a$ et $c$ non pairs à la fois), sera dite *réduite* (mod 2) si $a$ et $c$ sont *impairs* et si *son point représentatif est dans* $\mathfrak{D}_0$ ou *sur* la partie du contour de $\mathfrak{D}_0$ située à gauche de $Oy$.

Analytiquement, les conditions de réduction de $(a, b, c)$ sont :

1° $a$ et $c$ impairs;

2° $|b| \leqq a \leqq c$.

Si, dans 2°, on a un signe $=$, il faut ajouter $b \geqq 0$.

*Il y a une et une seule réduite équivalente* (dans le sens ordinaire) *à une forme donnée.*

Pour une réduite $(a, b, c)$, les trois *minima*, c'est-à-dire les trois plus petits entiers représentables *proprement* par la forme, sont $a$, $c$, $a + c - 2|b|$; les deux premiers sont les *minima impairs*, $(a \leqq c)$; le troisième est le *minimum pair.*

II. *Ordre impropre.* — On dira qu'une forme positive $(a, b, c)$, de l'ordre impropre ($a$ et $c$ pairs), est *réduite* (mod 2) si les conditions 2°

(1) Nous dirons aussi que les substitutions $|x, y; \lambda x + \nu y, \mu x + \rho y|$ sont de $\Gamma$.
(2) *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 211.

ci-dessus sont vérifiées; $a$, $c$ et $a+c-2|b|$ sont encore les trois *minima* de la forme.

Il y a ici *trois* réduites équivalentes (dans le sens ordinaire) à une forme donnée.

*Remarque.* — Si le discriminant $ac-b^2$ de celle-ci est du type $8n+7$, on peut faire un choix entre les trois réduites et appeler *réduite* (mod 2) la forme équivalente unique $(a, b, c)$, vérifiant les conditions 2°, et pour laquelle $a$ et $c$ sont *multiples de* 4.

Alors $a$ et $c$, $(a \leqq c)$, sont les minima $\equiv 0 \pmod 4$, de la réduite; $a+c-2|b|$ est le minimum $\equiv 2 \pmod 4$.

4. *Formes indéfinies.* — I. *Ordre propre.* — On dira que $(a, b, c)$ est *réduite* (mod 2) si $a$ et $c$ sont impairs et si la demi-circonférence

$$a(\xi^2+\eta^2)+2b\xi+c=0,$$

représentative de la forme, pénètre *dans* $\mathbb{O}_0$. Analytiquement, les conditions de réduction sont donc :

1° $a$ et $b$ impairs;

2° L'une au moins des deux quantités $a(a \pm 2b + c)$ négative.

On appellera *réduites principales* celles dont la circonférence représentative coupe le côté curviligne de $\mathbb{O}_0$, condition qui s'exprime par

$$(a+c)^2-4b^2<0; \tag{1}$$

et, toujours, $a$ et $c$ impairs.

Les autres réduites seront dites *secondaires*.

L'ensemble des réduites (mod 2), équivalentes (sens ordinaire) à une forme donnée, constitue une *chaîne fermée* dont on obtient les termes, de proche en proche, par la méthode classique de Stephen Smith. Les substitutions modulaires d'une réduite en elle-même appartiennent au sous-groupe $\Gamma$; les réduites d'une même chaîne s'équivalent uniquement par des substitutions de $\Gamma$.

5. *Formation des réduites principales.* — On peut les obtenir par un procédé analogue à celui de Gauss.

Les réduites principales $(a, b, c)$ se divisent en deux *périodes*, caractérisées respectivement par $b>0$ et $b<0$.

Soit $(a, b, c)$ une réduite principale, de déterminant D, $(\mathrm{D}=b^2-ac)$,

et où $b > 0$; *celle qui la suit* dans sa période sera du type $(c, b', c')$, et, en vertu de l'égalité des déterminants, il suffira, pour la connaître, de savoir calculer $b'$. On le fera, sans ambiguïté, par les conditions

$$b' + b \equiv 0 \pmod{2c}; \qquad -|c| + \sqrt{D} < b' < |c| + \sqrt{D},$$

et ce procédé de calcul donnera la période des réduites principales (mod 2), pour lesquelles $b > 0$.

On aurait celles où $b < 0$ par un calcul pareil, ou encore en transformant les précédentes par la substitution $|x, y;\ y, -x|$.

Les réduites principales $(a, b, c)$, où $b > 0$, se présentent naturellement, comme nous le verrons, dans les applications; elles sont caractérisées par $a$ et $c$ impairs, $|a + c| < 2b$.

6. *Remarques.* — Soit $f = (\alpha, \beta, \gamma)$ une forme (ordre propre) indéfinie, de déterminant D. Elle équivaut (sens ordinaire) à des formes $\varphi$, distinctes de ses réduites (mod 2), et dont la circonférence représentative pénètre dans $\omega_0$ : cela à cause des premières conditions, ($a$ et $c$ impairs), imposées aux réduites.

Pour ces formes $\varphi$, l'un des coefficients $a$, $c$ est pair; on les obtiendrait, de proche en proche, par la méthode de Smith, et l'on reconnaît aisément que :

1° *Si, dans la solution minimum positive, $t_0$, $u_0$ de l'équation $t^2 - Du^2 = 1$, de Pell, $u_0$ est impair, les formes $\varphi$ forment* UNE *chaîne fermée ;*

2° *Si $u_0$ est pair, les $\varphi$ forment* DEUX *chaînes.*

En appelant *formes $\varphi$ principales* celles dont la circonférence représentative coupe le côté curviligne de $\omega_0$, on peut dire que les $\varphi$ principales, où $b > 0$, forment *une ou deux* périodes, *selon que $u_0$ est impair ou pair;* on les calculerait de proche en proche, dans une période, par le procédé du n° 5.

7. *Formes indéfinies.* — II. *Ordre impropre.* — On dira que $(a, b, c)$, où $a$ et $c$ sont pairs, est *réduite* (mod 2), si sa circonférence représentative pénètre dans $\omega_0$, c'est-à-dire si l'une au moins des quantités $a(a \pm 2b + c)$ est négative.

Elle sera *réduite principale* si $(a + c)^2 - 4b^2 < 0$.

En ce qui concerne le nombre de chaînes fermées que forment les réduites, il faut distinguer deux cas, D étant toujours le déterminant :

1° $D \equiv 1 \bmod 4$. — Ce cas se subdivise lui-même en deux sous-cas, selon que, dans la solution minimum positive, $t_1$, $u_1$, de $t^2 - Du^2 = 4$, on a $u_1$ impair ou pair.

α. *Si $u_1$ est impair, les réduites équivalentes (sens ordinaire) à une forme donnée, forment* UNE *chaîne fermée ;* de même *les réduites principales* où $b > 0$ forment *une seule période*, qu'on obtient par le procédé du n° 5.

β. *Si $u_1$ est pair, il y a* TROIS *chaînes fermées ;* de même *les réduites principales* où $b > 0$ forment *trois périodes* (procédé de calcul du n° 5).

2° $D \equiv 0 \bmod 4$. — Dans les formes (ordre impropre) correspondantes, $b$ est pair; on peut donc écrire $(a, b, c)$

$$2^h(a'x^2 + 2b'xy + c'y^2), \qquad h \geqq 1,$$

$a'$, $b'$, $c'$ n'étant pas tous pairs.

Alors, si $(a', b', c')$, de déterminant $D'$, est de l'*ordre propre* ($a'$ et $c'$ non pairs à la fois), les réduites (mod 2) de $(a, b, c)$ seront :

1° Les réduites (mod 2) de $(a', b', c')$, multipliées par le facteur $2^h$; elles forment *une* chaîne ;

2° Les formes $\varphi$ (n° 6), équivalentes à $(a', b', c')$, multipliées par $2^h$; elles forment *une ou deux chaînes*, selon que $u'_0$, solution minimum de $t'^2_0 - D'u'^2_0 = 1$, est impaire ou paire.

Si $(a', b', c')$ est de l'*ordre impropre*, on a $D' \equiv 1 \bmod 4$, puisque $b'$ est alors nécessairement impair; les réduites (mod 2) seront les réduites (mod 2) de $(a', b', c')$ multipliées par $2^h$; elles forment *une ou trois chaînes* selon que $u'_1$, solution minimum de $t'^2_1 - D'u'^2_1 = 4$ est impaire ou paire.

Dans tous les cas, les réduites principales où $b > 0$ forment autant de périodes que l'ensemble des réduites forme de chaînes, et le procédé du n° 5 permet toujours de les calculer de proche en proche.

*Remarque.* — La définition des réduites subsiste si le déterminant D est *carré parfait;* mais elles ne forment plus des chaînes fermées. Elles sont toujours en nombre fini.

Les *réduites principales* $(a, b, c)$ seront, DANS TOUS LES CAS, définies par les conditions suivantes : $a$ et $c$ sont de *même parité* et $(a + c)^2 - 4b^2$ est *négatif*.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *D'un nouveau procédé de dosage des matières réductrices de l'urine.* Note [1] de MM. **Charles Richet** et **Henry Cardot.**

Le principe du procédé que nous exposons ici est le suivant. Si, à une solution diluée de permanganate de potasse fortement acidifiée par l'acide sulfurique, on ajoute de l'urine en quantité suffisante, il y a décoloration immédiate, même à froid. Quand l'urine est très diluée, après décoloration la liqueur reste limpide, sans précipitation d'oxyde de manganèse. La décoloration est due à l'oxydation de diverses substances (créatinine, créatine, acide urique, etc.) contenues dans le liquide urinaire.

L'urée est sans action sur le permanganate de potasse, de sorte qu'il semble qu'on puisse ainsi doser une partie des substances organiques autres que l'urée.

I. Mais la question est plus complexe qu'elle ne le paraît d'abord. En effet la décoloration, autrement dit la réduction du permanganate de potasse, dépend à la fois du temps et de la température. Ainsi une liqueur, très colorée encore au bout de 10 minutes, pourra être décolorée au bout d'une heure; une autre, colorée au bout d'une heure, sera décolorée au bout de 10 heures. Toutefois, au delà de 24 heures, la durée du contact entre l'urine et la solution permanganique n'exerce plus d'influence notable : ce qui est fortement coloré au bout de 24 heures sera encore coloré après 3 ou 4 jours.

On peut donc (d'une façon assez arbitraire, il faut le reconnaître) adopter la durée de 24 heures pour limite de la réaction de décoloration du permanganate de potassium.

Ainsi définie, cette limite est relativement indépendante de la température, entre 10° et 35°. On n'observe guère de différence entre les tubes placés dans l'étuve à 35° et ceux qui sont restés au dehors.

Il eût été désirable de pouvoir faire la réaction en quelques minutes, à la température de l'ébullition par exemple; mais, dans ce cas, l'urée elle-même est oxydée; or l'intérêt de ce nouveau procédé est de doser les matières extractives autres que l'urée.

---

[1] Séance du 6 août 1917.

II. Après de nombreux essais, voici à quelles conditions techniques nous nous sommes arrêtés. Il faut entrer ici dans des détails assez minutieux : ils sont tous indispensables, si l'on veut obtenir des résultats précis, permettant des comparaisons et des conclusions.

Le permanganate de potasse est dissous à la dose de $0^{g},632$ par litre dans une liqueur contenant 30 pour 1000 d'acide sulfurique normal. Comme cette solution doit, pour l'usage, être titrée avec grand soin et qu'elle est altérable, on prépare également une solution d'acide oxalique exactement titrée à $\frac{N}{100}$. $10^{cm^3}$ de la solution oxalique décolorent alors exactement $10^{cm^3}$ de la solution de permanganate. Cette liqueur oxalique ne s'altère pas et sert d'étalon pour déterminer, avant chaque dosage d'urine, le titre de la liqueur permanganique dont on prépare à l'avance de grandes quantités; ce titre diminue peu à peu en fonction du temps, $10^{cm^3}$ de la liqueur équivalant successivement à $10^{cm^3}$; $9^{cm^3},9$; $9^{cm^3},8$; etc., de la solution oxalique. Cette titration, facile et rapide, est faite suivant les méthodes classiques, et le chiffre ainsi déterminé indique le titre absolu, évalué en acide oxalique, de la liqueur permanganique employée.

Cela posé, une douzaine de tubes à essais étant placés sur un porte-tubes, on verse dans chacun d'eux $10^{cm^3}$ de la solution permanganique. Le remplissage se fait à la pipette, ou mieux, avec des burettes spéciales débitant une quantité constante et exactement mesurée de liquide ($10^{cm^3}$ par exemple).

On prend alors l'urine dont on veut étudier le pouvoir réducteur, et on la dilue dans neuf fois son volume d'eau distillée. On a ainsi une urine au $\frac{1}{10}$, telle que $1^{cm^3}$ de cette urine diluée renferme $0^{cm^3},1$ de l'urine normale. Dans les tubes contenant chacun $10^{cm^3}$ de la solution de permanganate, on verse successivement les quantités suivantes de cette urine diluée : $0^{cm^3},5$; $0^{cm^3},6$; $0^{cm^3},7$; $0^{cm^3},8$; $0^{cm^3},9$; $1^{cm^3}$; $1^{cm^3},1$; $1^{cm^3},2$; $1^{cm^3},3$; $1^{cm^3},4$; $1^{cm^3},5$; $1^{cm^3},6$.

Les quantités d'urine ajoutées sont trop faibles pour que s'aperçoive avant quelques heures un changement quelconque dans la coloration; mais le lendemain, au bout de 24 heures, voici ce qu'on observe :

Dans tous les tubes, il y a pour le moins un commencement de réduction; mais les premiers tubes, ceux qui renferment le moins de liquide urinaire, sont restés fortement colorés, avec un dépôt brunâtre sur les parois et dans le fond du tube. En passant d'un tube au suivant (c'est-à-dire contenant de plus en plus d'urine), la coloration se montre de plus en plus faible, jusqu'à n'être plus qu'une très légère nuance à peine rosée. Enfin, dans les derniers tubes, la décoloration est absolue : il y a fréquemment un dépôt manganique adhérant aux parois du tube; mais le liquide est parfaitement incolore.

*La limite différentielle est toujours extrêmement nette entre le dernier tube coloré et le premier tube incolore.* C'est même un fait bien remarquable que la sensibilité de cette réaction, puisque, d'un tube à l'autre, il n'y a qu'une différence d'un centième de centimètre cube d'urine !

Supposons, par exemple, que les tubes contenant $1^{cm^3},6$; $1^{cm^3},5$; $1^{cm^3},4$; $1^{cm^3},3$ d'urine au dixième soient tous décolorés, alors que les autres, à partir de $1^{cm^3},2$; $1^{cm^3},1$; $1^{cm^3}$; etc., soient encore colorés; nous dirons que la limite est entre $1^{cm^3},3$ et $1^{cm^3},2$, soit $1^{cm^3},25$. Par conséquent, $1^{cm^3},25$ d'urine diluée au dixième a réduit en 24 heures $10^{cm^3}$ de la solution permanganique; soit donc $80^{l}$ de cette solution pour $1^{l}$ d'urine. Si la quantité d'urine émise en 24 heures a été de $1500^{cm^3}$, il y aura eu en 24 heures excrétion de substances réductrices capables d'être oxydées par $120^{l}$ de la solution permanganique.

Nous appellerons cette quantité *indice manganique* et, dans le cas précité, nous dirons que l'indice manganique est de 80 pour $1^{l}$ d'urine et de 120 pour l'urine de 24 heures.

Nous donnerons encore ici quelques autres indications techniques faciles à suivre :

A. Il peut se faire que, pour une cause ou pour une autre, la limite de décoloration soit au-dessus de $1^{cm^3},6$ ou au-dessous de $0^{cm^3},5$. On est exposé alors à trouver au bout de 24 heures soit tous les tubes restant encore colorés (dans le premier cas), soit tous les tubes également décolorés (dans le second cas). Dans l'un et l'autre cas, toute conclusion est alors impossible. Aussi est-il prudent, surtout quand on a affaire à une urine dont par avance on ignore totalement de quel ordre de grandeur est l'indice manganique, d'en réserver une partie pour faire le lendemain un nouveau dosage. L'urine diluée au dixième sera alors additionnée de quelques décigrammes de fluorure de sodium en poudre, ce qui empêchera toute altération microbienne et ne changera en rien la valeur de l'indice manganique.

Si, au bout de 24 heures, tous les tubes sont encore colorés, on fera avec l'urine conservée un nouvel essai, en partant de $1^{cm^3},6$ et en versant $1^{cm^3},7$; $1^{cm^3},8$; $1^{cm^3},9$; etc. dans $10^{cm^3}$ de la solution permanganique. Au contraire, si tous les tubes sont décolorés après 24 heures de contact, on étendra l'urine, déjà diluée au dixième, de trois fois son volume d'eau distillée et l'on mettra successivement dans une nouvelle série de tubes $0^{cm^3},5$; $0^{cm^3},6$; etc. de cette urine à $\frac{1}{40}$.

B. Il arrive aussi parfois que la réaction de décoloration, qui débute toujours dans le tube par les parties exposées à l'air, se limite aux couches supérieures, le bas du tube restant coloré. Pour remédier à ce minime inconvénient, il sera bon d'agiter les tubes à plusieurs reprises, par exemple 7 à 8 heures et 20 à 21 heures après le début de l'essai.

C. La teinte rosée du dernier tube encore coloré est presque toujours extrêmement

nette; il suffit, pour la constater, d'incliner légèrement le tube de façon que le liquide déborde un peu le dépôt manganique déposé sur les parois. On peut aussi décanter dans un autre tube une partie de la liqueur. Dans tous les cas, il faut absolument éviter de la filtrer. En effet, quand la coloration est très faible et qu'il n'y a plus que des traces de permanganate, la filtration sur papier suffit à faire disparaître toute coloration.

D. En prenant une urine diluée au vingtième, on déterminerait l'indice manganique avec une précision double. Il est possible que, dans certains cas, il soit intéressant d'aller très loin dans la limitation précise de l'indice. Mais il nous a paru que l'approximation donnée par l'urine au dixième est déjà très suffisante. En tous cas, même avec une urine diluée au vingtième, la limite de décoloration est très nette encore.

III. On a donc, par ce titrage, obtenu un renseignement important. Il ne donne pas assurément le poids de telle ou telle substance déterminée de l'urine, ni même celui de plusieurs substances déterminées, considérées globalement. Il renseigne plutôt sur une fonction du liquide urinaire, la *fonction de réduction*, et peut-être aussi sur la quantité des matières organiques, imparfaitement oxydées, mais oxydables, rendues par les urines.

Quoique ayant fait de très nombreux dosages nous ne pouvons encore apporter de résultats précis sur les variations de cette fonction, suivant les conditions de l'alimentation et l'état de santé ou de maladie. Nous pouvons cependant établir les faits suivants :

1° L'indice manganique pour les urines de 24 heures, chez l'individu sain, varie entre 50 et 250 [1]. Le plus souvent, il oscille entre 80 et 160.

2° Chez le même individu, soumis à un même régime alimentaire, cet indice est assez stable. Quelquefois cependant, sans cause appréciable, il se modifie brusquement à tel ou tel jour. Mais cet abaissement anormal est suivi le lendemain d'un relèvement qui fait la compensation presque complète.

3° L'excrétion des substances réductrices est sans aucun rapport avec l'excrétion de l'urée, ou même, quelque singulier que cela paraisse, avec la quantité globale des matières organiques autres que l'urée. Cette excrétion paraît aussi être indépendante de l'excrétion des matières minérales.

4° Il s'agit donc là, en définitive, d'une fonction spéciale, indépendante des variations physiologiques connues de la composition du liquide urinaire.

---

(1) Cela signifie que l'urine de 24 heures décolore $50^{l}$ ou $250^{l}$ de la solution manganique à 0,632 pour 1000.

Cette fonction nouvelle, non encore étudiée, de l'urine fournira sans doute en pathologie des documents séméiologiques importants. La méthode est si simple et si précise qu'elle nous paraît destinée à être mise en œuvre dans bon nombre de cas où elle rendra probablement de grands services.

## CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à lui présenter une liste de candidats à la Chaire de *Zoologie* (*Vers et Crustacés*) du Muséum d'Histoire naturelle.

(Renvoi à la Section d'Anatomie et Zoologie.)

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

*Notice sur la vie et les travaux de J.-B.-A. Chauveau*, par le professeur F.-X. Lesbre.

MM. **R. Jeannel**, **Adolphe Richard** adressent des remercîments pour les distinctions que l'Académie a accordées à leurs travaux.

### THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur la suite de meilleure approximation absolue pour un nombre.* Note [1] de M. **E. Cahen**, transmise par M. G. Humbert.

Étant donné un nombre $s$ on sait former la suite des fractions $\frac{m}{n}$ inférieures à $s$ et jouissant de la propriété que : *toute fraction inférieure à $s$ et plus approchée de $s$ que $\frac{m}{n}$ a un dénominateur plus grand que $n$*. (On suppose ainsi que, dans ce qui va suivre, les dénominateurs des fractions employées sont positifs.) C'est la *suite de meilleure approximation par défaut* $S_D$. De même on sait former la *suite de meilleure approximation par*

(1) Séance du 16 juillet 1917.

*excès* $S_E$. Mais je me propose de former ici la suite de *meilleure approximation absolue*, c'est-à-dire la suite des fractions $\frac{m}{n}$ qui jouissent de la propriété que : *toute fraction plus approchée de s que* $\frac{m}{n}$, *dans un sens ou dans l'autre, a un dénominateur plus grand que n*.

Pour cela, je rappelle que dans $S_D$ et $S_E$ les termes se répartissent en groupes, les termes d'un groupe $G_k$ étant

$$\frac{P_k + \lambda P_{k-1}}{Q_k + \lambda Q_{k-1}} \qquad (\lambda = 1, 2, \ldots, a_k),$$

$\frac{P_k}{Q_k}$ étant la $(k+1)^{\text{ième}}$ réduite du développement $a_0 + \frac{1}{a_1 +}\Big|\frac{1}{a_2 +}\cdots + \Big|\frac{1}{a_k +}\Big| \cdots$ de $s$ en fraction continuelle. Ce groupe $G_k$ appartient à $S_D$, si $k$ est impair, à $S_E$, si $k$ est pair. Alors l'ensemble des termes des deux suites, rangés par ordre de dénominateurs croissants, est $G_0, G_1, G_2, \ldots$.

Ceci posé on démontre que, pour former la suite cherchée, il faut dans chaque groupe $G_k$ supprimer les $n_k$ premiers termes, $n_k$ étant l'entier déterminé par la double inégalité

$$(1) \qquad \frac{s_{k+1} - \frac{Q_{k-1}}{Q_k}}{2} - 1 < n_k < \frac{s_{k+1} - \frac{Q_{k-1}}{Q_k}}{2}$$

($s_k$ désigne le quotient complet $a_k + \frac{1}{a_{k+1} +}\Big|\cdots$).

Remarquons qu'on tire de là

$$\frac{a_{k+1} - 1}{2} - 1 < n_k < \frac{a_{k+1} + 1}{2}.$$

Or $a_{k+1}$ est le nombre des termes du groupe $G_k$. On voit alors que : si le nombre $a_{k+1}$ des termes du groupe $G_k$ est impair, il faut supprimer les $\frac{a_{k+1} - 1}{2}$ premiers termes de ce groupe. Si ce nombre $a_{k+1}$ est pair, il faut supprimer les $\frac{a_{k+1}}{2}$ ou les $\frac{a_{k+1}}{2} - 1$ premiers termes, le nombre exact étant en tout cas donné par les conditions (1).

On démontre que *la suite de meilleure approximation absolue n'est pas en général fournie par un développement en fraction continuelle régulier*. J'appelle ainsi un développement à quotients incomplets positifs ou négatifs, mais où la valeur absolue de tout quotient complet est supérieure à 1.

*Exemple*. — Soit le nombre $s = 1 + \frac{1}{2+}\bigg|\frac{1}{3+}\cdots\bigg|\frac{1}{k+}\bigg|\cdots$.

On a les groupes suivants :

| $G_0$. | $G_1$. | | $G_2$. | | | $G_3$. | | | | $G_4$. | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{1}$ | $\frac{2}{1}$ * | $\frac{3}{2}$ | $\frac{4}{3}$ * | $\frac{7}{5}$ | $\frac{10}{7}$ | $\frac{43}{9}$ * | $\frac{23}{16}$ | $\frac{33}{23}$ | $\frac{43}{30}$ | $\frac{53}{37}$ * | $\frac{96}{67}$ * | $\frac{139}{97}$ | $\frac{182}{127}$ | $\frac{225}{157}$ | .... |

Les termes à supprimer sont marqués d'un astérisque.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur l'éclipse totale de lune du 4 juillet 1917.* Note de M. **Luc Picart**, présentée par M. Baillaud.

MM. Doublet, Courty et moi avons observé, à l'Observatoire de Bordeaux-Floirac, l'éclipse de lune du 4 juillet dernier; nous avons constaté, pendant la totalité, que les bords du globe lunaire étaient nettement plus éclairés que la partie centrale. Nous croyons que ce phénomène s'explique complètement par la réfraction des rayons solaires à travers l'atmosphère terrestre; nous avons noté, en effet :

1° Que le bord nord de la Lune a, pendant toute la durée de l'éclipse totale, été plus éclairé que le bord sud; or la Lune passait au nord de l'axe du cône d'ombre;

2° Que le bord ouest a été le plus lumineux jusqu'au milieu de l'éclipse, tandis que le bord est a été le plus éclairé dans la seconde partie de l'éclipse, lorsqu'il se rapprochait de la surface du cône d'ombre.

ACOUSTIQUE. — *Sur la gamme des Allemands dite « harmonique » ou « exacte » ou improprement « moderne », au point de vue de l'acoustique musicale.* Note [1] de M. **Gabriel Sizes**, transmise par M. C. Saint-Saëns.

Rien ne semble paraître plus paradoxal au xx$^e$ siècle que d'avoir à défendre la cause de la « musique moderne » après trois siècles révolus d'existence et après avoir provoqué au cours du siècle dernier les plus grandioses manifestations de l'art des sons. C'est qu'en dépit des travaux remar-

---

[1] Séance du 6 août 1917.

quables des plus illustres acousticiens et musicographes du XVIII[e] siècle (français pour la plupart) certains acousticiens allemands, particulièrement Hauptmann (1853) et Helmholtz (1863) ont voulu *imposer à la musique* une théorie subversive de toute pratique. Malgré les sévères et justes critiques sur Helmholtz de A. von Oettingen (1866), H. Lotze (1868) et H. Riemann (voir son *Dictionnaire* p. 346), ces théories exercèrent par la suite une influence néfaste sur le développement de la véritable théorie de la *musique moderne*, en créant le doute dans l'esprit même de musiciens sincères auxquels on a trop caché les anomalies graves de ce système, cependant reconnues depuis la plus haute antiquité. Dans son état actuel de complet épanouissement, on n'impose pas une théorie à un art qui s'est libéré de toute formule particulière pour les admettre toutes à la fois; on doit seulement chercher à comprendre et à expliquer celle qui régit ses phénomènes et à rendre cette théorie absolument conforme à sa manière d'être.

Au sujet de la « tierce naturelle » on a trop parlé de son emploi dans l'antiquité. Quelques auteurs grecs, particulièrement Archytas et Ptolémée, en présentèrent quelques « essais » *pour certains modes;* mais ce dernier déclare formellement (PTOL., II, 1, et WESTPHAL, *Metrik*, I, p. 436) que ces essais ne sortirent jamais du domaine de la théorie. Il en fut de même pour Zarlino et pour Tartini, qui ne la considérèrent que « pour connaître et juger de l'effet des rapports ». De tout temps la « tierce naturelle » fut rejetée de tout système musical à cause de l'impossibilité qu'elle créait pour l'accord des instruments, cependant encore bien rudimentaires.

D'autre part l'étude expérimentale des « cordes » (¹) a démontré l'erreur acoustique d'une « échelle inférieure de sons », en rapport inverse de « l'échelle supérieure ». Il s'ensuit que la thèse soutenue par H. Riemann, sur une proposition de Hauptmann, pour accréditer « le renversement des rapports dans la génération des sons constituant l'accord mineur » est une véritable dénégation des lois de l'acoustique. Cet argument n'est destiné qu'à masquer une des imperfections flagrantes de la gamme dite « exacte », laquelle ne contient pas en soi les rapports nécessaires à la constitution de sa propre et véritable gamme relative mineure sur son sixième degré, gamme qui fut la gamme fondamentale de l'antiquité (²) : 1° dans la gamme d'*ut*, le rapport 5 : 3 donne un *la un comma trop bas* pour permettre la *quinte juste* avec le deuxième degré *ré*; 2° partant de la tonique *la*, le *ré est un comma trop haut* pour permettre la *quarte juste*.

---

(¹) *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 1234.
(²) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 861.

Plutôt que de renoncer à soutenir une gamme impraticable en soi, l'auteur a préféré lui opposer une utopie; celle d'une « prétendue gamme mineure relative d'*ut* : *mi*, *ré*, *ut*, *si*, *la*, *sol*, *fa*, *mi* » à laquelle il prétend donner « la relation modale *descendante* » par « son renversement d'accord » $mi_3 - ut_3 - la_2$. Elle n'a *aucun caractère* ni *tonal* ni *modal;* elle est la gamme *Dorienne* considérée en descendant *contrairement à la doctrine grecque*. Tandis que notre gamme est l'*Hypodorienne* ou *commune* « à la *Locrienne* qui est au bas de l'échelle ». Au point de vue *moderne* la proposition de Riemann n'est qu'une pure mystification musicale.

En résumé, on n'a pas pris garde que les acousticiens allemands *modernes* cherchaient à introniser une *nouvelle musique* contre celle de tous les peuples civilisés, dans le seul but d'implanter leur Kultur à la place des justes doctrines des peuples de race latine. Cependant que Hauptmann et Riemann n'ont écrit de la musique que d'après l'inévitable gamme gréco-latine. Il est temps et il sera salutaire de dénoncer de tels faits.

La musique exige, tant au point de vue de la mélodie que de l'harmonie, *des intervalles comparativement identiques sur tous ses degrés chromatiques*. Or, dans la gamme « exacte », *tous les intervalles ont deux valeurs*, deux « mesures » *qui diffèrent de un comma selon le degré sur lequel on les considère*. A l'exception de l'octave, un intervalle *quel qu'il soit*, juste sur tels ou tels degrés *est faux de un comma* (plus grand ou plus petit) sur tel ou tel autre degré voisin. Tout commentaire devrait être inutile devant ce fait.

La cause unique provient de l'introduction du cinquième harmonique dans la formation des rapports-intervalles. Dans la pratique les rapports 5:4 (tierce-maj.), 5:3 (sixte maj.), 15:8 (septième maj.) *sont trop petits de un comma*. Leur « renversement » respectif : 8:5 (sixte min.), 6:5 (tierce min.), 16:15 (seconde min.), 9:5 (septième min.) *sont trop grands de un comma;* on ne peut les transposer identiquement sur tous les degrés. Le ton mineur 10:9 est impraticable; le demi-ton *diatonique*, qui est le plus petit, devient le plus grand (demi-ton majeur); le *chromatique* qui est le plus grand, devient le demi-ton mineur. La hauteur comparative des notes diésées et bémolisées *est renversée* et leur intervalle varie de un comma selon le degré; ainsi *ré* ♭ *est plus haut* que *ut* ♯ de 1,9 comma, tandis que *mi* ♭ *est plus haut* que *ré* ♯ de 2,9 commas.

Depuis des siècles la cause est jugée; l'opinion des Vincenzo Galilei, Descartes, Leibnitz et des grands acousticiens français, se résume dans celle de Chladni (§ 21) : « Pour juger des qualités et des effets des sons, il faut leur attribuer les rapports provenant de l'échelle harmonique. Mais pour l'usage pratique, *il est tout à fait impossible* de s'en servir toujours dans

ces rapports. Si l'on veut que chaque progression d'un son à un autre soit juste, le rapport au son fondamental ou hauteur absolue *ne reste pas le même;* mais en assignant à chaque son la valeur juste pour le fondamental, *ils ne sont pas justes entre eux.* »

Avec la gamme des Allemands, la génération des 15 gammes majeures, partant d'*ut*, exige : 1° avec les dièses, *d'élever de un comma* les deuxième et septième degrés *de chaque nouvelle gamme;* 2° avec les bémols, d'*abaisser de un comma* les quatrième et sixième degrés *de chaque gamme*; 3° en créant *deux autres sons* (inférieur et supérieur), pour pouvoir abaisser ou élever d'un demi-ton mineur chacun de ces sons. Ces modifications *inéluctables* entraînent : 7 sons pour les notes naturelles, 7 pour les dièses, 7 pour les bémols, 28 pour les « deux défauts du comma » dans les quatorze gammes; et deux fois 28 autres pour leurs « deux altérations » inférieure et supérieure. Total : 105 *sons différents par octave;* sans détruire pour cela *une seule des anomalies inacceptables* signalées auparavant.

Il faudrait : à un piano de 7 octaves, 735 touches; à un orgue, 490 tuyaux par jeu; accorder les deux cordes aiguës d'un violon à un « diapason » un comma plus bas que les deux cordes graves; pour la gamme relative mineure, abaisser la troisième corde de un comma; changer l'accord à chaque tonalité. Une série de 15 instruments à chaque musicien d'orchestre, plus 3 « trous ou clefs » nouveaux par octave à leur « perce », non compris les doubles-dièses et les doubles-bémols.

On conçoit aisément que les partisans de cette Kultur allemande s'opposent énergiquement aux « modulations » de la musique moderne et, à l'exemple de Blaserna dans *Le son et la musique* (p. 116 et 122), transigent avec Hauptmann à 35 sons par octave, ou avec Helmholtz lui-même à 24; ce qui est l'aveu de l'inanité de leur système. Cette Note a pour but de fixer la valeur de tous ces arguments et d'en dégager la responsabilité des musiciens et de l'acoustique musicale.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Rôle physiologique des symbiotes.* Note (¹) de M. **Paul Portier**, présentée par M. Dastre.

Les caractères morphologiqnes et bactériologiques des microorganismes que j'ai pu isoler du tissu graisseux dans la série animale ont été donnés

(¹) Séance du 6 août 1917.

dans une Communication précédente [1]. Il me paraît extrêmement important d'étudier aussi leurs réactions physiologiques.

Si, en effet, comme j'essaie de le prouver, on se trouve en présence de microorganismes symbiotiques, de « symbiotes » comme je propose de les appeler, leurs actions sur les différents principes immédiats de l'organisme reproduira probablement celles que nous voyons s'effectuer dans l'intimité des tissus. S'il en est bien ainsi, cette nouvelle preuve d'ordre physiologique venant s'ajouter aux preuves morphologique et bactériologique déjà données oblige, semble-t-il, à prendre les résultats que j'apporte en sérieuse considération.

Ces symbiotes jouissent en effet des propriétés physiologiques suivantes :

1° D'opérer, lorsque le milieu est convenablement choisi, des actions synthétiques que nous comptons parmi les plus remarquables. C'est ainsi, par exemple, que les sucres sont polymérisés pour donner un polysaccharide voisin du glycogène ;

2° D'utiliser les nitrates et d'en faire de l'azote organique ; or des recherches récentes ont montré que le même fait se produit dans l'organisme des Mammifères.

D'autre part, des recherches commencées dès 1912 montrent que les microorganismes en question sont capables entre autres choses :

1° D'opérer des phénomènes de désamination (transformation des acides aminés, libération d'ammoniaque), de décarboxylation, d'oxydation (oxydation de la glycérine en dioxyacétone) [2] ;

2° De transformer un sel neutre en carbonate alcalin ; ainsi se trouve réalisé un milieu compatible avec la vie des cellules et dans lequel peuvent s'opérer des transformations isomères allotropiques des différents sucres ;

3° De créer avec des alcools des corps à fonction cétonique [3].

Les différents symbiotes isolés dans la série animale présentent de nombreuses actions communes, mais aussi des différences secondaires qui sont en rapport avec leur origine.

C'est là, semble-t-il, un fait important qui s'ajoute aux précédents pour prouver qu'on trouve bien chez chaque espèce un symbiote spécifique, ce qui exclut la possibilité d'un parasite banal, accidentel.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 197.

(2) Il me paraît très probable que M. Gabriel Bertrand a eu entre les mains un de ces symbiotes auquel il a fait produire cette réaction : *Sur une ancienne expérience de Berthelot* (*Bull. Soc. chim.*, t. 27, 1902, p. 79).

(3) Ces recherches seront publiées à part en collaboration avec M. Bierry.

Voilà, très résumés, les principaux résultats obtenus :

Un autre ordre de faits, en apparence très étrangers aux précédents, peuvent, comme je vais essayer de le démontrer, en être rapprochés avec grand profit.

J'ai répété les expériences de Funck et celles de Weill et Mouriquand sur les vitamines et la carence. J'ai retrouvé les résultats principaux de ces expérimentateurs; je les énumère en les faisant suivre de remarques personnelles.

Les animaux (pigeons), nourris avec des graines décortiquées, diminuent de poids et finissent par succomber avec des troubles particuliers de la motilité.

Or des symbiotes végétaux, analogues à ceux des animaux, existent dans les téguments des graines; ils semblent très rares ou absents dans la partie centrale de la graine.

Les pigeons nourris avec des graines pourvues de leur enveloppe, mais chauffées en milieu humide à une température supérieure à 120°, diminuent de poids et meurent avec les mêmes symptômes que précédemment.

Les mêmes graines chauffées à 100° et même à 110° assurent la vie des oiseaux. Or les symbiotes, en milieu humide, résistent à 100° et même 110°, mais sont précisément détruits au delà de 120°.

Le lait recueilli aseptiquement paraît toujours contenir des symbiotes localisés dans la partie grasse; or le lait chauffé à 100° et même 110° peut assurer la vie des Mammifères; mais chauffé à 120°, il laisse les animaux dépérir (scorbut infantile).

En résumé, la destruction ou l'élimination des symbiotes de l'aliment produisent parallèlement des phénomènes de carence. Sont-ce là de pures coïncidences? C'est bien difficile à admettre.

Or un pigeon « carencé », déjà paralysé et près de mourir auquel on administre des symbiotes sous une forme convenable, présente une amélioration rapide et extrêmement frappante. Sur ce point particulier, mes expériences ne sont qu'en très petit nombre et incomplètes; je les juge insuffisantes, mais d'autres sont en cours.

Un dernier fait : les symbiotes des insectes xylophages, ceux du tissu graisseux des autres insectes et des larves; les symbiotes obtenus par culture *in situ* dans le tissu graisseux des Vertébrés peuvent être mis en évidence par la méthode de Regaud pour la différenciation des mitochondries.

Cette méthode microscopique est tellement élective à ce point de vue que je l'emploie toujours maintenant pour rechercher les bactéries symbiotiques chez les insectes.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur les phénomènes biochimiques d'oxydo-réduction.* Note (¹) de MM. **Abelous** et **Aloy**, transmise par M. A. Gautier.

Dans une Communication récente M. Bach (²) a fait connaître l'existence dans le lait d'un ferment soluble capable de réduire les nitrates alcalins en nitrites, mais ne manifestant ce pouvoir qu'en présence de certaines substances jouant le rôle de coferments.

L'hydrogénation des nitrates par les extraits de tissus ou d'organes animaux et végétaux est connue depuis longtemps. Sans remonter jusqu'aux travaux de M. A. Gautier qui le premier montra l'importance des phénomènes de réduction dans l'organisme vivant, nous rappellerons seulement que nous-mêmes avons fait voir, dans des recherches déjà anciennes, que les extraits d'organes animaux et végétaux pouvaient hydrogéner non seulement les nitrates, mais aussi les chlorates, réduire le nitrobenzène en phénylamine et l'acide picrique en acide picramique (³).

Le fait nouveau découvert par M. Bach c'est le rôle des coferments. Pour lui, ces coferments seraient des aldéhydes ou des corps pouvant donner des aldéhydes par leur oxydation. Ces aldéhydes décomposeraient l'eau, et l'hydrogène libéré serait porté par le ferment sur le nitrate pour le transformer en nitrite en formant de l'eau.

En répétant les expériences de M. Bach sur le lait, nous avons pu constater qu'un très grand nombre de corps, en dehors des aldéhydes, agissaient comme coferments. Nous citerons, entre autres, des amines (benzylamine, dibenzylamine), les corps à noyaux hétérocycliques, tels que la quinoléine; des carbures terpéniques et même des composés minéraux comme les sels manganeux, toutes substances incapables à elles seules de réduire les nitrates.

Il suffit donc d'ajouter au lait une substance susceptible de s'oxyder, pour que l'action hydrogénante puisse s'exercer et l'on doit, par suite, constater, en même temps que les phénomènes de réduction, la présence de produits d'oxydation.

---

(¹) Séance du 6 août 1917.

(²) Bach, *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 353; *Archives des Sciences physiques et naturelles de Genève*, t. 37, 1911.

(³) Abelous et Gérard, *Comptes rendus*, t. 129, 1899 et t. 130, 1900. — Abelous et Aloy, *Existence chez les animaux et les végétaux d'une diastase oxydo-réductrice* (*Comptes rendus*, t. 137, 1903; t. 139, 1904).

C'est bien ce qui résulte de l'expérience suivante :

1 litre de lait de vache est immédiatement après la traite additionné de 30g de fluorure de sodium, de 10g de chlorate de sodium et de 1cm³ d'aldéhyde salicylique.

On dose immédiatement les chlorures par la méthode cyano-argentimétrique, on trouve 1g,755 de NaCl par litre.

Ce lait, maintenu à l'abri de l'air, est plongé pendant 1 heure dans un bain-marie à 60°, puis laissé dans une étuve à 40°.

Des dosages successifs de chlorures montrent une réduction progressive du chlorate. C'est ainsi qu'on trouve un accroissement de chlorure de

0,235 au bout de 20 heures;
0,702 » 24 » ;
0,936 » 30 » .

On extrait l'acide salicylique sous forme de cristaux très purs; on trouve 0g,323 d'acide salicylique.

Il y a donc eu, parallèlement à la réduction du chlorate de sodium, oxydation de l'aldéhyde salicylique. Selon nous, tout se passe comme si dans le lait existait un agent susceptible de décomposer l'eau pour porter l'oxygène sur le corps oxydable (aldéhyde salicylique) et l'hydrogène sur le chlorate alcalin.

On peut remplacer le chlorate par un nitrate, mais le rendement en acide salicylique est bien moindre parce que, comme nous l'avons montré dans des travaux antérieurs, les nitrites paralysent l'agent oxydo-réducteur.

Ce rôle des réactions exothermiques favorisant ou rendant possibles les réactions endothermiques est révélé par l'expérience suivante :

On précipite par cinq fois son volume d'alcool 1 litre de suc de pommes de terre. Le précipité essoré est dissous dans une solution de carbonate de sodium à 3 pour 100. On filtre. Le filtrat est divisé en deux lots, A et B de 500cm³. Chacun de ces lots est additionné de 5g de chlorate de potassium et de 1cm³ d'aldéhyde salicylique. Au lot A on ajoute 50cm³ d'empois d'amidon à 2 pour 100 et 0g,25 d'amylase. Au lot B, 50cm³ du même empois et 0g,25 d'amylase bouillie. Les deux lots sont fluorés à 2 pour 100.

Après 24 heures de séjour à la température de 40° et à l'abri de l'air, on constate dans le lot A une réduction plus forte du chlorate se traduisant par un excès de chlorure de potassium de 0g,242 par litre. En même temps la quantité d'acide salicylique formé dépasse beaucoup celle trouvée dans B : 0g,105 contre 0g,061.

L'agent [1] oxydo-réducteur a donc trouvé dans la réaction exother-

---

[1] Nous employons à dessein le terme vague d'*agent* oxydo-réducteur pour ne pas préjuger sa nature réelle, car si plusieurs caractères le rapprochent des ferments solubles, d'autres l'en différencient.

mique d'hydratation de l'amidon une condition favorisant beaucoup son activité. Il est probable que dans l'organisme vivant les choses se passent de cette manière et que les réactions exothermiques et endothermiques sont en étroite corrélation. C'est dans ce sens qu'on peut dire qu'il n'y a pas un agent oxydant et un agent réducteur, agissant indépendamment, mais bien un agent oxydo-réducteur, à la fois oxydant et réducteur.

BACTÉRIOLOGIE. — *Analogie entre les ferments lactiques et les streptocoques, au point de vue de l'action des antiseptiques.* Note [1] de Mme **Charlotte Cardot** et M. **Henry Cardot**, présentée par M. Charles Richet.

Pour étudier l'action des sels métalliques et des antiseptiques sur les microrganismes, ainsi que l'adaptation de ces derniers au milieu, Charles Richet et ses élèves se sont adressés presque uniquement à la fermentation lactique. Les variations de l'activité de celle-ci, sous l'influence de divers agents, pouvant être évaluées à l'aide d'un procédé de dosage simple et précis, de très nombreuses expériences ont pu être effectuées. Elles ont conduit à de nouvelles données sur la biologie des microbes, et l'étude actuellement en cours doit aboutir à des conclusions utiles pour la pratique de l'antisepsie. Dans la pensée des auteurs, les résultats obtenus avec le ferment lactique paraissaient pouvoir être appliqués aux autres microrganismes, en particulier aux microbes pathogènes. Il nous a semblé néanmoins nécessaire d'en donner la démonstration expérimentale directe.

Nous avons cultivé à cet effet, par les procédés bactériologiques usuels, différents streptocoques, les uns fournis par des hémocultures provenant de femmes atteintes d'infection puerpérale, les autres recueillis sur des sujets atteints d'angine. Nous n'avons utilisé que des cultures pures, rigoureusement contrôlées après chaque expérience. Le streptocoque, cultivé sur du bouillon de bœuf contenant 1 pour 100 de lactose, produit, dans ces conditions, une quantité d'acide lactique suffisante pour que ce microbe puisse être étudié suivant la méthode employée par Charles Richet pour le ferment lactique. L'activité des microbes, dans chacun des tubes de culture, est évaluée par le nombre de centimètres cubes d'une solution titrée de potasse nécessaires pour neutraliser l'acidité formée.

Nous avons examiné ainsi l'action de doses croissantes de phénol ou

---

[1] Séance du 6 août 1917.

de fluorure de sodium sur la fermentation lactique d'une part, sur les streptocoques d'autre part. Nous comparons le croît des microbes dans les tubes contenant des antiseptiques au croît des tubes ne renfermant pas d'antiseptiques (témoins) et placés dans les mêmes conditions. Le croît des témoins étant, dans chaque expérience, fait égal à 100, voici les nombres que nous avons obtenus comme moyennes ([1]) :

| Streptocoques. | | | | Ferment lactique. | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Phénol. | | Fluorure de sodium. | | Phénol. | | Fluorure de sodium. | |
| Doses p. 1000. | Croît (si tém.=100). | Doses p. 1000. | Croît (si tém.=100). | Doses p. 1000. | Croît (si tém.=100). | Doses p. 1000. | Croît (si tém.=100). |
| g 0,03 | 101 | g 0,013 | 83 | g 0,08 | 116 | g 0,02 | 95 |
| 0,06 | 101 | 0,026 | 74 | 0,16 | 123 | 0,04 | 88,5 |
| 0,12 | 95 | 0,052 | 66 | 0,32 | 120 | 0,08 | 77 |
| 0,18 | 86 | 0,078 | 60 | 0,48 | 104 | 0,12 | 66,5 |
| 0,24 | 71 | 0,104 | 55 | 0,64 | 80 | 0,16 | 58,5 |
| **0,30** | **50** | **0,130** | **50** | **0,80** | **50** | **0,20** | **50** |
| 0,36 | 31 | 0,156 | 44,5 | 0,96 | 31 | 0,24 | 46 |
| 0,42 | 20 | 0,182 | 43 | 1,12 | 24 | 0,28 | 42,5 |
| 0,48 | 17 | 0,208 | 39 | 1,28 | 16 | 0,32 | 39 |
| 0,54 | 14 | 0,234 | 37 | 1,44 | 12 | 0,36 | 35 |
| 0,60 | 13 | 0,260 | 33 | 1,60 | 11 | 0,40 | 31 |
| 0,90 | 6 | 0,390 | 24 | 2,40 | 1 | 0,60 | 23,5 |
| 1,20 | 3 | 0,520 | 21 | 3,20 | 0 | 0,80 | 17,5 |

Les courbes suivantes sont établies avec les nombres précédents, en portant les croîts en ordonnées et les doses d'antiseptiques en abscisses. Il faut remarquer que les doses qui produisent une même diminution d'activité des microbes sont différentes pour le phénol et le fluorure de sodium, et aussi pour chacun d'eux, suivant qu'il s'agit du ferment lactique ou du streptocoque. Aussi, pour comparer les formes des quatre courbes entre elles, avons-nous construit ces dernières en prenant, pour chacune, comme unité d'abscisses, la dose diminuant le croît de 50 pour 100 par rapport à celui des témoins.

Pour chaque antiseptique, les résultats obtenus avec le streptocoque se superposent d'une façon remarquable à ceux que donne le ferment lactique.

([1]) Les expériences comprennent, pour chaque dose d'antiseptique, un certain nombre de tubes contenant $10^{cm^3}$ de milieu de culture (petit-lait pour le ferment lactique, bouillon lactosé pour le streptocoque).

Pour les deux microbes, les courbes représentant l'action antiseptique du fluorure de sodium et du phénol sont très différentes : la première, à pente

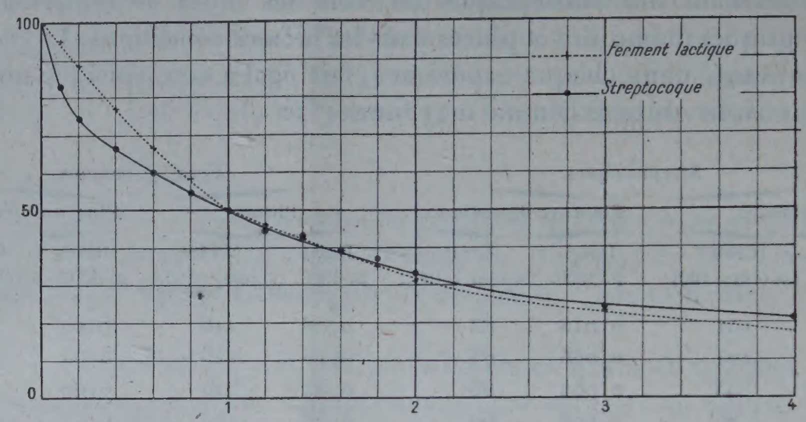



Fig. 1. — Action antiseptique du fluorure de sodium.
(En abscisses, les doses; en ordonnées, les croîts, celui des témoins étant égal à 100.)

douce, se confond assez bien avec un arc d'hyperbole; la seconde, à chute rapide, est une courbe en S, présentant son point d'inflexion pour une dose

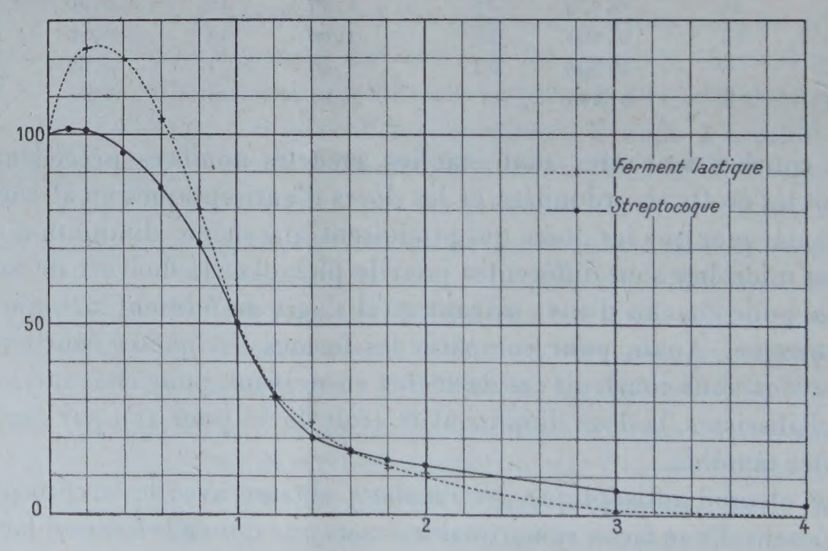



Fig. 2. — Action antiseptique du phénol.
(En abscisses, les doses; en ordonnées, les croîts, celui des témoins étant égal à 100.)

d'antiseptique voisine de celle qui diminue le croît de 50 pour 100. Le streptocoque paraît donc plus sensible au phénol et au fluorure de sodium

que le ferment lactique (¹). L'action accélérante des doses faibles de phénol, bien marquée pour le ferment lactique, se retrouve d'une façon nette dans certaines de nos expériences sur le streptocoque, mais manque dans d'autres, en sorte que notre moyenne n'indique qu'une très petite accélération.

En résumé, il semble résulter, de l'étroite analogie observée entre les deux microbes, *que les lois établies sur un bacille non pathogène*, tel que le ferment lactique, si commode pour l'étude expérimentale, *peuvent s'appliquer aux microbes pathogènes*.

Cette loi, qui était probable, est devenue, après nos expériences, tout à fait certaine.

La séance est levée à 16 heures.

A. Lx.

---

## BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

---

Ouvrages reçus dans les séances d'avril 1917 (*suite et fin*).

Canada, department of marine and fisheries. *Report of the meteorological service of Canada for the year ended december* 31, 1914. Ottawa, L. Taché, 1917; 1 vol. in-4°.

*Year-Book of the Royal Society*, 1917. London, Harrison, 1917; 1 vol. in-8°.

*Memoirs of the royal astronomical Society*, vol. LXI, 1917. London, R. A. Society, 1917; 1 vol. in-4°.

*Comptes rendus of observation and reasoning*, by J.-Y. Buchanan. Cambridge, at the University Press, 1917; 1 vol. in-8°.

*Annual Report of the Smithsonian Institution*, 1915. Washington City, 1916; 1 vol. in-8°.

United States of America, department of agriculture. *Weather forecasting in the*

---

(¹) La dose de phénol diminuant le croît de 50 pour 100 est de $0^g,8$ pour 1000 pour le ferment lactique, de $0^g,3$ pour 1000 pour le streptocoque; celle de fluorure est de $0^g,20$ pour 1000 pour le ferment lactique, de $0^g,13$ pour 1000 pour le streptocoque.

*United States*, by ALFRED J. HENRY, EDWARD H. BOWIE, HENRY J. COX, HARRY C. FRANKENFIELD. Washington, 1916; 1 vol. in-8°.

Leland Stanford junior University publications. *The sesamoid articular*, by EDWIN CHAPIN STARKS; — *A study of verbs*, by CHARLES REINING; — *Flügel memorial volume*. Stanford University, California, 1916; 3 fasc. in-8°.

*Notes on a diagram of the periodic law*, by FREDERICK WEBB. San Diego, California, 1917; 1 fasc. in-8°.

*Esperienze di alimentazione maidica sui maiali e sulle larve del « Tenebrio molitor »*, par NAPOLEONE PASSERINI. Firenze, Ricci, 1916; 1 fasc. in-8°.

Koninkrijk der Nederlanden. *Statistiek van den in-, uit- en doorvoer over het jaar* 1915. Giunta d'Albani, 1916; 2 vol. in-f°.

*Anuario de la real Academia de ciencias*, 1917. Madrid, Imprenta Renacimiento, 1 vol. 8×12.

---

## *ERRATA.*

(Séance du 23 juillet 1917.)

Note de M. *Adrien Guébhard*, Sur une manière nouvelle de comprendre le volcanisme et les apparences pseudo-éruptives du granite :

Page 152, note (²), 2ᵉ ligne, *au lieu de* considération, *lire* consolidation.

(Séance du 6 août 1917.)

Note de M. *Jules Amar*, Physiopathologie de l'effort :

Page 248, ligne 1, *au lieu de* respiratoire, *lire* expiratoire.